

相似三角形的性质与判定（练习）

一、成比例线段

1. 下列四条线段成比例的是（ ）

A. $a = 2, b = \sqrt{5}, c = 2\sqrt{3}, d = \sqrt{3}$

B. $a = \sqrt{2}, b = 2, c = 1, d = \sqrt{2}$

C. $a = 4, b = 6, c = 5, d = 10$

D. $a = 12, b = 8, c = 15, d = 11$

【答案】 B

【解析】 解：A、 $2 \times \sqrt{5} \neq 2\sqrt{3} \times \sqrt{3}$ ，故本选项错误；

B、 $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2 \times 1$ ，故本选项正确；

C、 $4 \times 10 \neq 5 \times 6$ ，故本选项错误；

D、 $12 \times 11 \neq 15 \times 8$ ，故本选项错误；

故选B.

【标注】【知识点】比例的综合应用

2. 下列线段能构成比例线段的是（ ）.

A. $1, 2, 3, 4$

B. $1, \sqrt{2}, \sqrt{2}, 2$

C. $\sqrt{2}, \sqrt{5}, \sqrt{3}, 1$

D. $2, 5, 3, 4$

【答案】 B

【解析】 A选项： $1 \times 4 \neq 2 \times 3$ ，故选项错误.

B选项： $1 \times 2 = \sqrt{2} \times \sqrt{2}$ ，故选项正确.

C选项： $1 \times \sqrt{5} \neq \sqrt{2} \times \sqrt{3}$ ，故选项错误.

D 选项： $2 \times 5 \neq 3 \times 4$ ，故选项错

误．

故选 B．

【标注】【知识点】比例的综合应用

3. 如果 $a:b=3:2$ ，且 b 是 a 和 c 的比例中项，那么 $b:c$ 等于（ ）．

A. 4:3

B. 3:2

C. 2:3

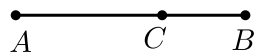
D. 3:4

【答案】B

【解析】 $\because b$ 是 a 和 c 的比例中项， $\therefore \frac{b}{c} = \frac{a}{b} = \frac{3}{2}$ ．

【标注】【知识点】比例中项

4. 如图，点 C 在线段 AB 上，且满足 $AC^2 = BC \cdot AB$ ，若 $AB = 1$ ，则 AC 的值为（ ）．



A. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

C. $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$

D. $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$

【答案】B

【解析】 $\because AB = 1$ ，设 $AC = x$ ，

$$\therefore BC = 1 - x,$$

$$\because AC^2 = BC \cdot AB$$

$$\therefore x^2 = (1 - x) \cdot 1,$$

$$\therefore x^2 = 1 - x,$$

$$\therefore x^2 + x - 1 = 0,$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2},$$

$$\because x > 0,$$

$$\therefore x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}.$$

故选：B．

【标注】【知识点】黄金分割

5. 点 C 是线段 AB 上的一个黄金分割点, 且 $AC > BC$, 若 $AB = 5\text{cm}$, 则 $AC =$ _____.

A. $\frac{4\sqrt{5}-5}{2}\text{cm}$
C. $\frac{5\sqrt{5}-3}{2}\text{cm}$

B. $\frac{4\sqrt{5}-3}{2}\text{cm}$
D. $\frac{5\sqrt{5}-5}{2}\text{cm}$

【答案】 D

【解析】 根据黄金分割的定义: $\frac{AC}{AB} = \frac{AC}{5} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \Rightarrow AC = \frac{5\sqrt{5}-5}{2}\text{cm}$.

【标注】 【知识点】 黄金分割

6. 已知线段 $AB = 10$, P 是线段 AB 的黄金分割点 ($AP > PB$), 则 $AP =$ _____.

【答案】 $5\sqrt{5}-5$

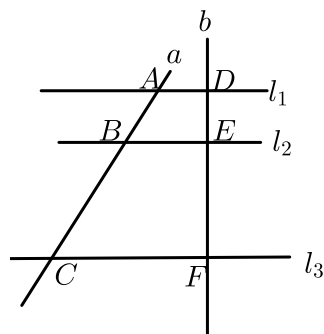
【解析】 $\because P$ 是线段 AB 的黄金分割点($AP > PB$).

$$\therefore AP = \frac{\sqrt{5}-1}{2} AB = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \times 10 = 5\sqrt{5}-5.$$

【标注】 【知识点】 黄金分割

二、相似三角形的判定

7. 如图, $l_1 // l_2 // l_3$, 直线 a 、 b 与 l_1 、 l_2 、 l_3 分别相交于点 A 、 B 、 C 和点 D 、 E 、 F . 若 $AB = 3$, $DE = 2$, $BC = 6$, 则 $EF =$ _____.



【答案】 4

【解析】 $\because l_1 // l_2 // l_3$,

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF},$$

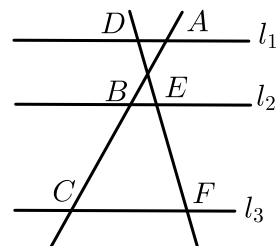
又 $AB = 3$, $DE = 2$, $BC = 6$,

$\therefore EF = 4$,

故答案为 : 4 .

【标注】【知识点】平行线分线段成比例定理

8. 如图 , 直线 $l_1 // l_2 // l_3$, 直线 AC 分别交 l_1 , l_2 , l_3 于点 A , B , C , 直线 DF 交 l_1 , l_2 , l_3 于点 D , E , F , $AB = 3$, $BC = 5$, $DE = 2$, 则 $DF =$ _____ .

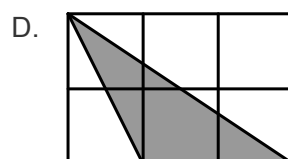
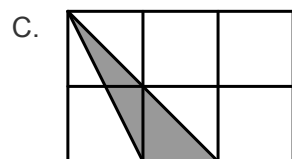
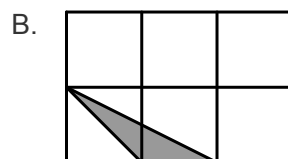
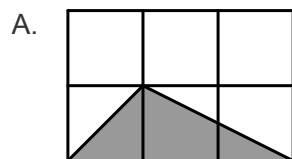
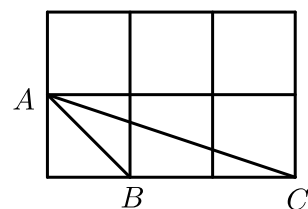


【答案】 $\frac{16}{3}$

【解析】 $\because l_1 // l_2 // l_3$,
 $\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$,
 $\because AB = 3$, $BC = 5$, $DE = 2$,
 $\therefore EF = \frac{10}{3}$,
 $\therefore DF = EF + DE = \frac{16}{3}$.

【标注】【知识点】比例的综合应用

9. 如图 , 小正方形的边长均为1 , 则下列图形中的三角形 (阴影部分) 与 $\triangle ABC$ 相似的是 () .



【答案】 B

【解析】 方法一：A．阴影部分的三边长为 $\sqrt{5}$ ，3， $\sqrt{2}$ ，与 $\triangle ABC$ 三边无对应或比例的关系，故错误；

B．阴影部分的三边长为 $\sqrt{5}$ ，1， $\sqrt{2}$ ，与 $\triangle ABC$ 三边对应或成比例，

$\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$ ，故正确；

C．阴影部分的三边长为 $2\sqrt{2}$ ，1， $\sqrt{5}$ ，与 $\triangle ABC$ 三边无对应或比例的关系，故错误；

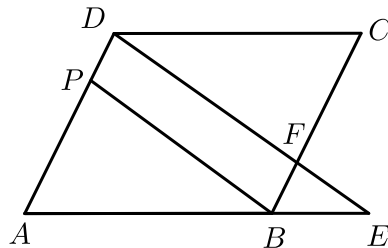
D．阴影部分的三边长为 $\sqrt{13}$ ，2， $\sqrt{5}$ ，与 $\triangle ABC$ 三边无对应或比例的关系，故错误．

方法二： $\angle ABC = 135^\circ$

选项A、C、D中三角形的钝角均不等于 135° ，可排除，选项B中三角形的钝角为 135° ．

【标注】 【知识点】 网格中的三角形相似

10. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， F 是 BC 上的一点，直线 DF 与 AB 的延长线相交于点 E ， $BP \parallel DF$ ，且与 AD 相交于点 P ，则图中相似三角形的组数为（ ）．



A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

【答案】 D

【解析】 $\because BP \parallel DF$ ，

$\therefore \triangle ABP \sim \triangle AED$ ．

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

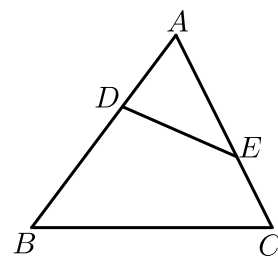
$\therefore DC \parallel AB$ ， $BC \parallel AD$ ，

$\therefore \triangle CDF \sim \triangle BEF$ ， $\triangle EFB \sim \triangle EDA$ ．

同理， $\triangle CDF \sim \triangle AED$ ， $\triangle CDF \sim \triangle ABP$ ， $\triangle ABP \sim \triangle BEF$ ．

【标注】 【知识点】 相似三角形的性质与判定综合

11. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D ， E 分别在 AB ， AC 上，则添加下面的条件后，不能判断 $\triangle AED \sim \triangle ABC$ 的是（ ）．



A. $\frac{AD}{AC} = \frac{DE}{BC}$
 C. $\angle AED = \angle B$

B. $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$
 D. $\angle ADE = \angle C$

【答案】A

【解析】A 选项：不能判断， $\triangle AED \sim \triangle ABC$.

B 选项：由 $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$, $\therefore \angle A = \angle A$, $\therefore \triangle AED \sim \triangle ABC$, 故能判断相似 .

C 选项： $\therefore \angle AED = \angle B$, $\angle A = \angle A$, $\therefore \triangle AED \sim \triangle ABC$, 故能判断相似 .

D 选项： $\therefore \angle ADE = \angle C$, $\angle A = \angle A$, $\therefore \triangle AED \sim \triangle ABC$, 故能判断相似 .

故选 A .

【标注】【知识点】相似三角形的性质与判定综合

12. 关于相似的下列说法正确的是 () .

A. 所有直角三角形相似

B. 所有等腰三角形相似 .

C. 有一角是 80° 的等腰三角形相似

D. 所有等腰直角三角形相似 .

【答案】D

【解析】A 选项：所有的直角三角形只有一个直角相等，相似还需要一个锐角相等，故A错误；

B 选项：所有的等腰三角形两边对应成比例，但这两边的夹角不一定相等，故B错误；

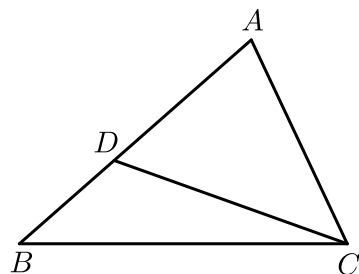
C 选项：可能是以底角和一顶角相等，故C错误；

D 选项：所有等腰直角三角形的角分别为 90° , 45° , 45° , 所以两组对应角相等，所以相似，故D正确 .

故选 D .

【标注】【知识点】相似三角形的性质与判定综合

13. 如图所示，给出下列条件：① $\angle B = \angle ACD$ ；② $\angle ADC = \angle ACB$ ；③ $\frac{AC}{CD} = \frac{AB}{BC}$ ；④ $AC^2 = AD \cdot AB$ ．其中单独能够判定 $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ 的个数为（ ）．



A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

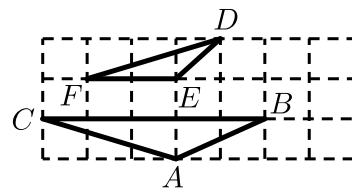
【答案】 B

【解析】 ①因为 $\angle B = \angle ACD$ ， $\angle DAC = \angle CAB$ ，
所以 $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ ，①正确；
②因为 $\angle ADC = \angle ACB$ ， $\angle DAC = \angle CAB$ ，
所以 $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ ，②正确；
③因为 $\frac{AC}{CD} = \frac{AB}{BC}$ ，
所以 $\frac{AC}{AB} = \frac{CD}{BC}$ ，
因为相等的角为 $\angle CAB = \angle DAC$ ，
不是为 AC 与 CD ， AB 与 BC 的夹角，
所以不满足相似的判定，
所以 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ACD$ 不一定相似，③错误；
④因为 $AC^2 = AD \cdot AB$ ，
所以 $\frac{AC}{AD} = \frac{AB}{AC}$ ，
因为 $\angle CAB = \angle DAC$ ，
所以 $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ ，④正确．
综上所述，①②④正确，
有3个可以单独判定 $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ ．
故选B．

【标注】【知识点】相似三角形的性质与判定综合

三、相似三角形的性质

14. 如图，在正方形网格上有两个相似三角形 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ ，则 $\angle BAC$ 的度数为（ ）。



- A. 105° B. 115° C. 125° D. 135°

【答案】 D

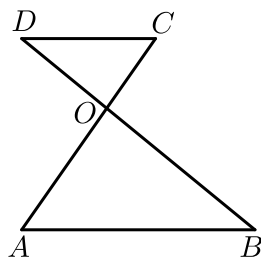
【解析】 $\because \triangle ABC \sim \triangle EDF$,

$$\therefore \angle BAC = \angle DEF, \text{ 又 } \angle DEF = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ,$$

所以 $\angle BAC = 135^\circ$ ，故选D。

【标注】【知识点】网格中的三角形相似

15. 如图， AC 、 BD 相交于 O 点， $CD \parallel AB$ ， $AO = 4$ ， $OC = 2$ ， $OD = 3$ ，则 $BD =$ _____。



【答案】 9

【解析】 $\because CD \parallel AB$,

$$\therefore \frac{AO}{OC} = \frac{BO}{OD},$$

$$\text{即 } \frac{4}{2} = \frac{BO}{3},$$

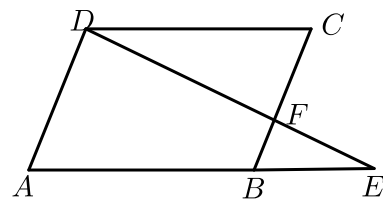
解得： $BO = 6$ 。

$$\therefore BD = 6 + 3 = 9.$$

故答案为：9。

【标注】【知识点】相似三角形的性质与判定综合

16. 如图， E 为平行四边形 $ABCD$ 的边 AB 延长线上的一点，且 $BE : AB = 2 : 3$ ，连接 DE 交 BC 于点 F ，则 $CF : AD =$ _____。



【答案】 3 : 5

【解析】 由题意可知： $CD \parallel AE$ ， $CD = AB$ ，

$$\therefore \triangle CDF \sim \triangle BEF,$$

$$\therefore \frac{CD}{BE} = \frac{CF}{BF},$$

$$\therefore \frac{BE}{CF} = \frac{BF}{CF} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \frac{BF}{CF} = \frac{2}{3},$$

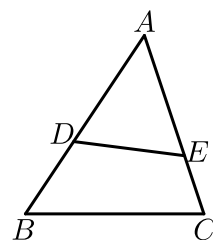
$$\therefore \frac{CF}{CB} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore AD = BC,$$

$$\therefore \frac{CF}{CB} = \frac{CF}{AD} = \frac{3}{5}.$$

【标注】 【知识点】相似8字型

17. 若 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ ，且 $\frac{AD}{AC} = \frac{2}{3}$ ，若四边形 $BCED$ 的面积是2，则 $\triangle ADE$ 的面积是_____。



【答案】 1.6 或 $\frac{8}{5}$

【解析】 $\because \triangle ADE \sim \triangle ACB$ ，且 $\frac{AD}{AC} = \frac{2}{3}$ ，

$\therefore \triangle ADE$ 与 $\triangle ACB$ 的面积比为： $\frac{4}{9}$ ，

$\therefore \triangle ADE$ 与四边形 $BCED$ 的面积比为： $\frac{4}{5}$ ，又四边形 $BCED$ 的面积是2，

$\therefore \triangle ADE$ 的面积是 $\frac{8}{5}$ ，

故答案为： $\frac{8}{5}$ 。

【标注】 【知识点】相似反A字型

(2) 若 $AB = 4$, $AE = BC = 5$, 求 ED 的长 .

【答案】 (1) 证明见解析 .

$$(2) ED = \frac{5}{2} .$$

【解析】 (1) $\because AB \perp BC$, $DC \perp BC$,

$$\therefore \angle B = \angle C = 90^\circ , \angle BAE + \angle AEB = 90^\circ ,$$

$$\because AE \perp DE ,$$

$$\therefore \angle AED = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle AEB + \angle DEC = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle DEC = \angle BAE ,$$

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle ECD .$$

(2) $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中 , $AB = 4$, $AE = 5$,

$$\therefore BE = \sqrt{AE^2 - AB^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3 ,$$

$$\because BC = 5 ,$$

$$\therefore EC = 5 - 3 = 2 ,$$

由 (1) 得 , $\triangle ABE \sim \triangle ECD$,

$$\therefore \frac{AB}{AE} = \frac{EC}{ED} ,$$

$$\therefore \frac{4}{5} = \frac{2}{ED} ,$$

$$\therefore ED = \frac{5}{2} .$$